

*Московская государственная академия
водного транспорта*
Кафедра теоретической механики

А.А.Соловьев

ГИДРМЕХАНИКА

*Контрольные задания
с примерами решений*
для студентов заочников
инженерно-технических специальностей

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ.

Для овладения навыками решения типовых прикладных задач гидравлики рекомендуется следующая учебная литература:

2. Нигматулин Р.И Соловьев А.А. Физическая гидромеханика М. ГЕОТАР, 2004 г.

2. Соловьев А.А. Сборник задач по гидромеханике М. АЛЬТАИР, 2009г.

Настоящие методические указания призваны оказать помощь студенту в решении контрольного задания по гидромеханике параллельно с изучением теоретических разделов дисциплины. Задание должно быть выполнено на листах формата А5 (формат школьной тетради). На первой странице указываются: наименование института, наименование кафедры, название работы, фамилия и инициалы студента, шифр группы, № зачетной книжки, фамилия и инициалы преподавателя, дата сдачи задания, время выполнения задания. И номер регистрации в деканате. На следующих страницах приводятся результаты выполнения задания в следующей последовательности : условие задачи; исходные данные и расчетные схемы. Текстовая часть задачи выполняется чернилами, графическая - карандашом. Вся графическая часть должна соответствовать стандарту. Решение не должно загромождаться второстепенными действиями, такими как промежуточные арифметические вычисления. В конце решения записывается окончательный ответ.

ГИДРОСТАТИКА

Задача № 1 (рис. 1)

Герметичный резервуар А заполнен жидкостью плотности ρ_0 до высоты h_0 отсчитываемой от уровня 1-1' и соединен при помощи трубки В с жидкостным манометром СД. Уровень жидкости плотности ρ в колене С манометрической трубки равен, h_1 а в колене Д - h_2 . Атмосферное давление равно $p_A = 1013$ гПа, абсолютное давление под крышкой бака - p . Условие с исходными данными приведены в таблице 1.

Таблица 1

N	Γ , кг/м ³	h_0 , м	h_1 , м	h_2 , м	p , МПа	Найти
0	1000	-	0,5	20	0,2513	h_0
1	1200	?	0,4	15	0,22	h_0

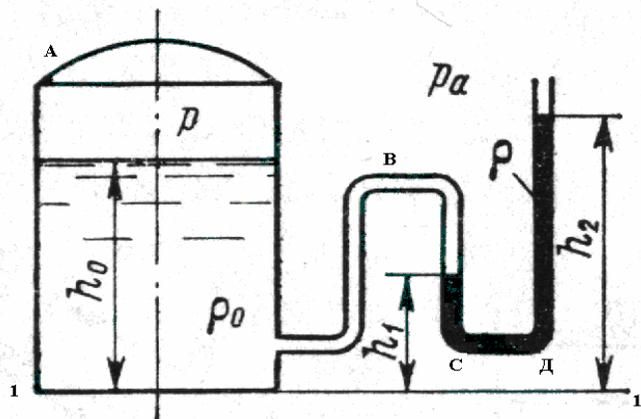


Рис. 1. К задаче №1

Задача №2 (рис. 2)

Найти частоту вращения n (об/мин) цилиндрического сосуда высотой $H=1,2$ м и диаметром $d=0,8$ м наполненного водой до высоты $z_0=0,6$ м, при которой жидкость поднимается до краев сосуда (рис. 2).

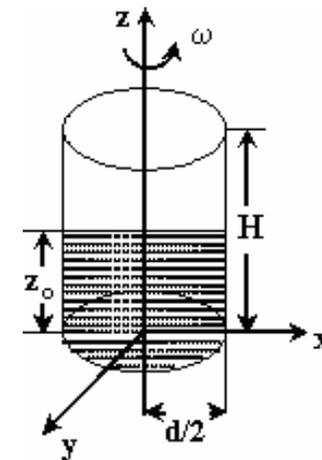


Рис. 2. К задаче №2

N	H	d	Z_0	n
1	1,6	0,4	0,8	?

Задача №3 (рис. 3)

Определить величину силы давления R на дно сосуда от поршня, если сила p_1 действующая на поршень равна 40 Н . Диаметр поршня и сосуда $d=20 \text{ см}$, глубина воды в сосуде 40 см .

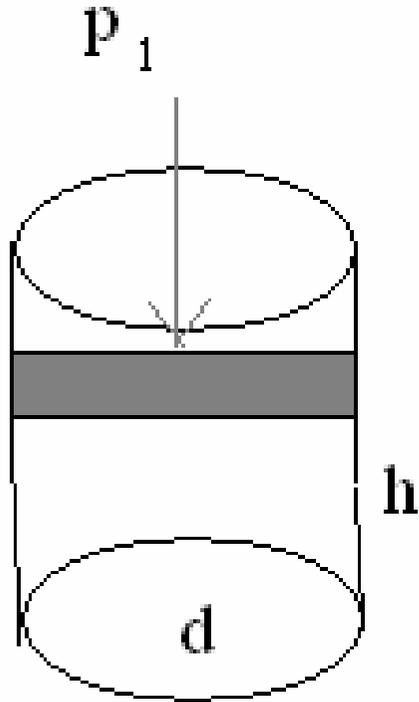


Рис. 3. К задаче №3

N	P_1	d	h	R
1	60	10	60	???

Задача №4 (рис. 4)

Прибор для определения плотности жидкости – ареометр представляет собой полую стеклянную трубку и шарик с дробью (рис. 4). Определить на какую глубину опустится ареометр в жидкости плотностью $\Gamma=800 \text{ кг/м}^3$, если диаметр трубки $d=0,015\text{м}$, радиус шарика $R=0,015\text{м}$ и масса ареометра $m=20 \text{ г}$.

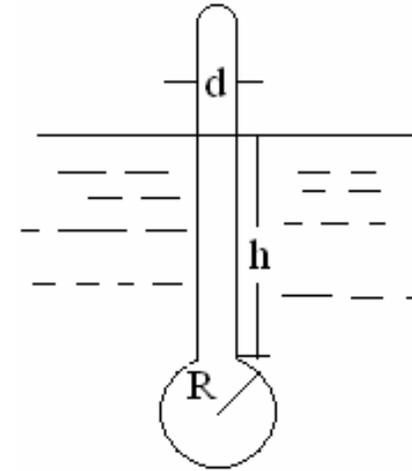


Рис. 4. К задаче №4

N	ρ	d	R	m	h
1	1000	0.02	0.02	10	?

КИНЕМАТИКА И ГИДРОДИНАМИКА

Задача № 5 (рис. 5)

Найти линии тока и траектории движения частиц, в струе падающей перпендикулярно на плоскую поверхность со скоростью, имеющей следующие проекции на оси декартовой системы координат

$$V_x = 2x ; V_y = -2y .$$

Построить график линий тока.

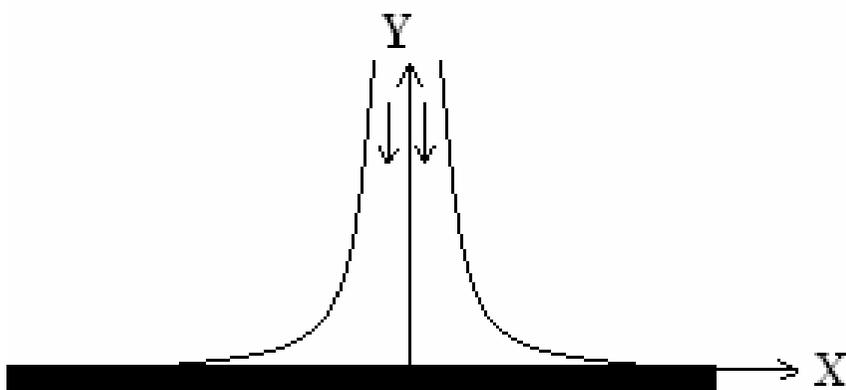


Рис. 5. К задаче №5

N	V_x	V_y
1	4x	-4y

Задача №6 (рис. 6)

В бак, разделенный на две секции перегородкой с отверстием некоторого диаметра поступает вода в количестве $Q = 80$ л/с. Из каждой секции вода вытекает через цилиндрический насадок с таким же диаметром (рис.6). Определить расход через правый Q_p и левый Q_l насадок. Значения коэффициента расхода отверстия $m_0 = 0,6$ и насадка $m_n = 0,82$.

Ответ: $Q_{\text{прав}} = 50,3$ л/с , $Q_{\text{лев}} = 29,7$ л/с .

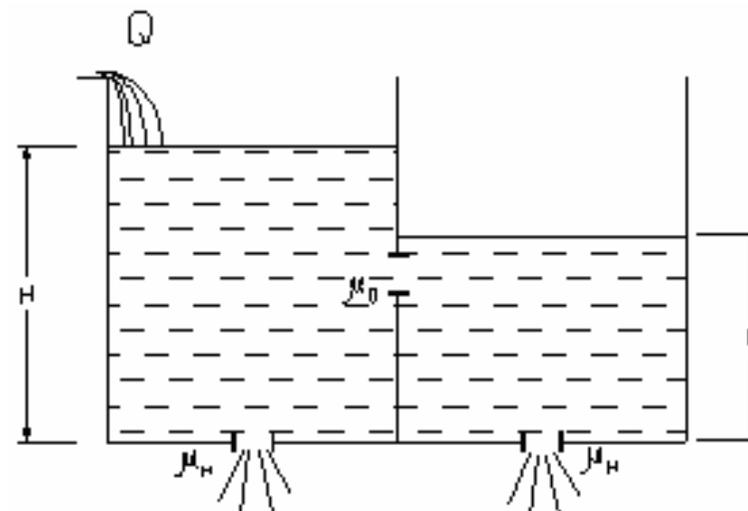


Рис. 6. К задаче № 6

N	$Q, \text{л/с}$	μ_0	μ_n	$Q_{\text{лев}}$	$Q_{\text{прав}}$
1	100	0,45	0,8	???	???

Задача №7 (рис. 7)

Найти величину давления p_2 , которое создается на выходе из инжектора парового котла и относительное уширение конической трубки инжектора (рис.7), если скорость потока горячей воды удельного веса $\gamma = 0,098 \text{ т/м}^3$ в узком сечении инжектора равна $V_1 = 40 \text{ м/с}$, скорость в широком сечении - $V_2 = 3 \text{ м/с}$, давление на входе равно $p_1 = 1 \text{ атм}$. Жидкость считать невязкой и несжимаемой и отметки уровней сечений считать одинаковыми. **Ответ: $p_2 = 9 \text{ атм}$; $\frac{d_2}{d_1} = 3,7$.**

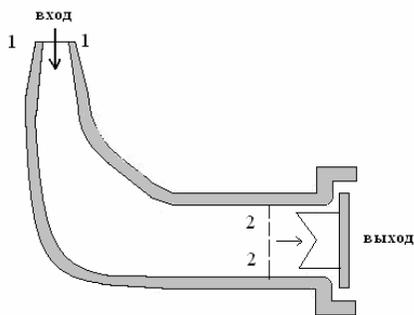


Рис. 7. К задаче 7

N	P1	V1	V2	γ	P2	d2/d1
1	1.1	30	2	0.09	???	???

Задача №8 (рис. 8)

В стальном трубопроводе диаметром $d = 0,0125 \text{ м}$, длиной $L = 100 \text{ м}$ вода движется со скоростью $V = 0,5 \text{ м/с}$. Температура воды $t = 50^\circ\text{C}$ плотность $\rho = 988,1 \text{ кг/м}^3$. На трубопроводе имеются два поворота под углом $\alpha = 90^\circ$ и кран. Определить суммарные потери напора, принимая во внимание, что коэффициент шероховатости стенок трубы $n = 5,0 \cdot 10^{-5}$, а кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. Коэффициенты местного сопротивления равны соответственно при повороте на прямой угол $\xi_1 = 1,43$ и для крана $\xi_2 = 0,41$.

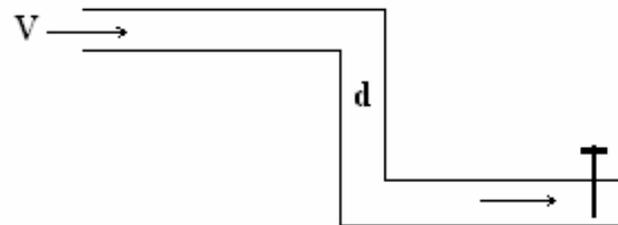


Рис. 8. К задаче №8.

N	d	L	t	ρ	α	n	$\nu \cdot 10^6$	ξ_1	ξ_2	H
1	0.02	120	40	989	90	$\frac{410}{5}$	0.5	1.43	0.41	??

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача №1

Решение

Для решения используем основное уравнение гидростатики

$$P = P_a + rgh.$$

В точке II давление справа равно

$$P_{II} = P_a + rg(h_2 - h_1).$$

В этой же точке II слева создается давление равное

$$P_{II} = P + r_0g(h_0 - h_1).$$

В равновесии эти два давления должны быть одинаковыми, поэтому

$$P_{II} = P + r_0g(h_0 - h_1) = P_a + rg(h_2 - h_1),$$

Решая последнее уравнение относительно неизвестной величины высоты уровня жидкости в резервуаре, находим

$$h_0 = \frac{(P_a - P) + (r - r_0)gh_1 + rgh_2}{r_0g}.$$

После подстановки данных задачи получаем $h_0 = 6,5\text{м}$.

Ответ: $h_0=6,5\text{м}$.

Задача №2

Решение

Свободная поверхность равномерно вращающейся в сосуде жидкости имеет форму параболоида вращения. При относительном равновесии равномерно вращающейся жидкости в цилиндрическом сосуде должно выполняться следующее условие, связывающее круговую частоту вращения w радиус сосуда r и его высоту z , при которой вода не прольется:

$$w = \sqrt{\frac{2gz}{x^2 + y^2}}.$$

Подставляем данные задачи

$$w = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 0,6}{(0,16 + 0,16)}} = 6,12 \text{ с}^{-1}.$$

Переходим к другим единицам угловой скорости вращения в об/мин

$$N = \frac{60}{\pi} \omega = \frac{60}{3,14} \cdot 6,12 = 118 \text{ об/мин.}$$

Ответ: $N = 116 \text{ об/мин}$.

Задача №3

Решение

Сила давления на дно R равна статическому давлению p воды на дно умноженному на площадь сосуда S .

Статическое давление воды складывается из гидростатического давления $rg h$ и давления от силы F приложенной к поршню

площади $S = \frac{pd^2}{4} S$.

$$R = pS$$

$$p = rgh + \frac{F}{S}$$

С учетом этих соотношений получаем формулу для расчета величины давления на дно сосуда с поршнем

$$R = \left(rgh + \frac{F}{S} \right) S$$

Подставляем данные:

$$R = \left(1000 \cdot 9,8 \cdot 0,4 + \frac{40}{3,14 \cdot 0,2^2 / 4} \right) \frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} = 163 \text{ Н}$$

Ответ: $R=163 \text{ Н}$.

Задача №4

Решение

Ареометр будет находиться в плавучем состоянии, когда сила веса $G=mg$ уравновешивается силой Архимеда F_A . Объем жидкости удельного веса ρ , вытесненной ареометром, складывается из объема шарика радиуса R и объема цилиндрической трубки с диаметром основания d и высотой h :

$$G = F_A = g \left(\frac{4}{3} \pi R^3 + \frac{\pi d^2}{4} h \right) \rho$$

Подставляя данные задачи, находим :

$$0,02 \cdot 9,8 = 800 \cdot 9,8 \left(1,333 \cdot 3,14 \cdot 0,015^3 + 0,785 \cdot \right) \cdot 0,02^2 \cdot h$$

Отсюда получаем

$$h = \frac{0,02 - 0,01128}{0,2512} = 0,0347 \text{ м}$$

Ответ: $h=0,0347 \text{ м}$.

Задача №5

Решение

Для решения задачи используем уравнение линии тока

$$\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y}. \text{ Тогда в соответствии с условием имеем}$$

$$\frac{dx}{2x} = \frac{dy}{2y}$$

Интегрируем это уравнение

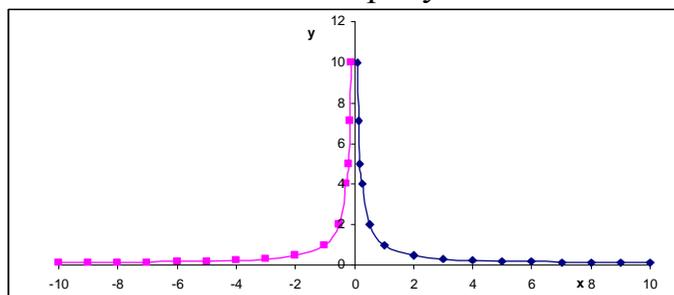
$$\int \frac{dx}{2x} = -\int \frac{dy}{2y} + \frac{1}{2} \ln C$$

После интегрирования имеем

$$\frac{1}{2} \ln 2x = -\frac{1}{2} \ln 2y + \frac{1}{2} \ln C$$

Потенцируя, получаем $4yx = C$ или $y = \frac{C}{4x}$.

Уравнение гиперболы. График линий тока при константе $C=4$ показан на рисунке 5а



$$Q_H = \omega m_H \sqrt{2gh} = \omega m_H \sqrt{Y} = \omega m_H \sqrt{X} \times \sqrt{\frac{(m_H^2 + m_0^2)}{m_0^2}} = \frac{Q \times \sqrt{\frac{(m_H^2 + m_0^2)}{m_0^2}}}{\xi \zeta \epsilon \left(1 + \sqrt{\frac{(m_H^2 + m_0^2)}{m_0^2}}\right)^{\frac{\delta}{\theta}}}$$

Вычисляя по данным условия задачи $\sqrt{\frac{(m_H^2 + m_0^2)}{m_0^2}} = 1,69$, находим

$$Q_{\text{прав}} = 50,3 \text{ л/с}, \quad Q_{\text{лев}} = 29,7 \text{ л/с}.$$

Задача №7

Решение

Запишем уравнение Бернулли, для невязкой жидкости

$$\frac{V_1}{2g} + \frac{p_1}{g} = \frac{V_2}{2g} + \frac{p_2}{g}.$$

Отсюда находим для разности давлений

$$p_2 - p_1 = \frac{g}{2g}(V_1^2 - V_2^2).$$

Подставляем численные значения и определяем значение давления на выходе из инжектора

$$p_2 = 1 + \frac{0,098}{2 \cdot 9,81} (40^2 - 3^2) = 1 + 8 = 9 \text{ атм.}$$

Относительное уширение трубки инжектора определяем из уравнения неразрывности

$$V_1 S_1 = V_2 S_2,$$

откуда с учетом того, что площадь круглого сечения выражается через диаметр

по формуле $S = \frac{\pi d^2}{4}$, имеем: $\frac{d_2}{d_1} = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} = \sqrt{\frac{40}{3}} = 3,7$

Ответ: $p_2 = 9 \text{ атм}; \quad \frac{d_2}{d_1} = 3,7.$

Задача №8

Решение

Суммарные потери напора складываются из потерь по длине и местных потерь. Число Рейнольдса при $v=0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{0,5 \times 0,0125}{0,55 \times 10^{-6}} = 1,18 \times 10^4.$$

Коэффициент шероховатости стального трубопровода $n=5,0 \cdot 10^{-5}$. Относительная шероховатость стенок стального трубопровода диаметром $d=0,0125 \text{ м}$

равна $k_3 = \frac{n}{d} = \frac{5,0 \times 10^{-5}}{0,0125} = 4 \times 10^{-3}$. Для трубопровода, работающего в переходной области коэффициент гидродинамического сопротивления

$$l = 0,11 \xi \frac{k_3}{d} + \frac{68 \delta^{0,25}}{Re \theta} = 0,035. \quad \text{Потери на трение по длине}$$

трубопровода $\frac{Dp_L}{rg} = l \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} = 3,57 \text{ м.}$

Местные потери напора равны

$$\frac{Dp_j}{rg} = \xi (2x_{\text{вп}} + x_{\text{кр}}) \frac{V^2}{2g} = 3,28 \times \frac{0,5^2}{2 \times 9,8} = 0,041 \text{ м.}$$

Суммарные потери напора будут равны:

$$H = \frac{Dp_L}{rg} + \frac{Dp_j}{rg} = 3,57 + 0,041 = 3,61 \text{ м.}$$

Ответ: $H=3,61 \text{ м.}$