

*Московская государственная академия  
водного транспорта*  
Кафедра теоретической механики

А.А.Соловьев

# ГИДРМЕХАНИКА

*Контрольные задания  
с примерами решений*  
для студентов заочников  
инженерно-технических специальностей

## **УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ.**

Для овладения навыками решения типовых прикладных задач гидравлики рекомендуется следующая учебная литература:

2. Нигматулин Р.И Соловьев А.А. Физическая гидромеханика М. ГЕОТАР, 2004 г.

2. Соловьев А.А. Сборник задач по гидромеханике М. АЛЬТАИР, 2009г.

Настоящие методические указания призваны оказать помощь студенту в решении контрольного задания по гидромеханике параллельно с изучением теоретических разделов дисциплины. Задание должно быть выполнено на листах формата А5 (формат школьной тетради). На первой странице указываются: наименование института, наименование кафедры, название работы, фамилия и инициалы студента, шифр группы, № зачетной книжки, фамилия и инициалы преподавателя, дата сдачи задания, время выполнения задания. И номер регистрации в деканате. На следующих страницах приводятся результаты выполнения задания в следующей последовательности : условие задачи; исходные данные и расчетные схемы. Текстовая часть задачи выполняется чернилами, графическая - карандашом. Вся графическая часть должна соответствовать стандарту. Решение не должно загромождаться второстепенными действиями, такими как промежуточные арифметические вычисления. В конце решения записывается окончательный ответ.

## ГИДРОСТАТИКА

### Задача № 1 (рис. 1)

Герметичный резервуар А заполнен жидкостью плотности  $\rho_0$  до высоты  $h_0$  отсчитываемой от уровня 1-1' и соединен при помощи трубки В с жидкостным манометром СД. Уровень жидкости плотности  $\rho$  в колене С манометрической трубки равен,  $h_1$  а в колене Д -  $h_2$ . Атмосферное давление равно  $p_A = 1013$  гПа, абсолютное давление под крышкой бака -  $p$ . Условие с исходными данными приведены в таблице 1.

Таблица 1

N	$\Gamma$ , кг/м <sup>3</sup>	$h_0$ , м	$h_1$ , м	$h_2$ , м	$p$ , МПа	Найти
0	1000	-	0,5	20	0,2513	$h_0$
1	1200	?	0,4	15	0,22	$h_0$

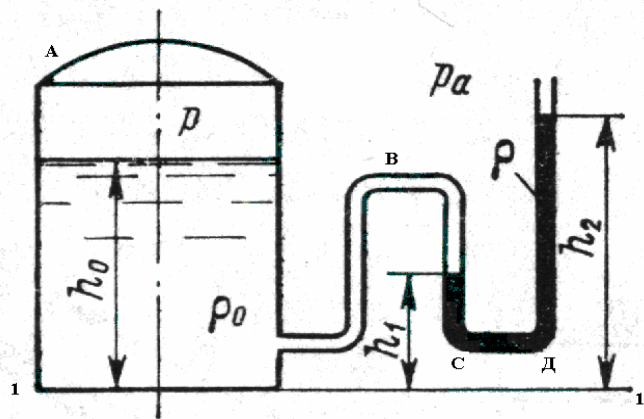


Рис. 1. К задаче №1

### Задача №2 (рис. 2)

Найти частоту вращения  $n$  (об/мин) цилиндрического сосуда высотой  $H=1,2$  м и диаметром  $d=0,8$  м наполненного водой до высоты  $z_0=0,6$  м, при которой жидкость поднимается до краев сосуда (рис. 2).

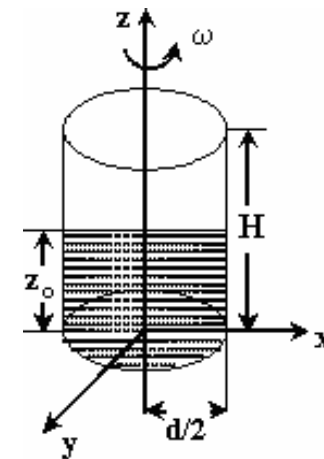


Рис. 2. К задаче №2

N	H	d	$Z_0$	n
1	1,6	0,4	0,8	?

### Задача №3 (рис. 3)

Определить величину силы давления  $R$  на дно сосуда от поршня, если сила  $p_1$  действующая на поршень равна  $40 \text{ Н}$ . Диаметр поршня и сосуда  $d=20 \text{ см}$ , глубина воды в сосуде  $40 \text{ см}$ .

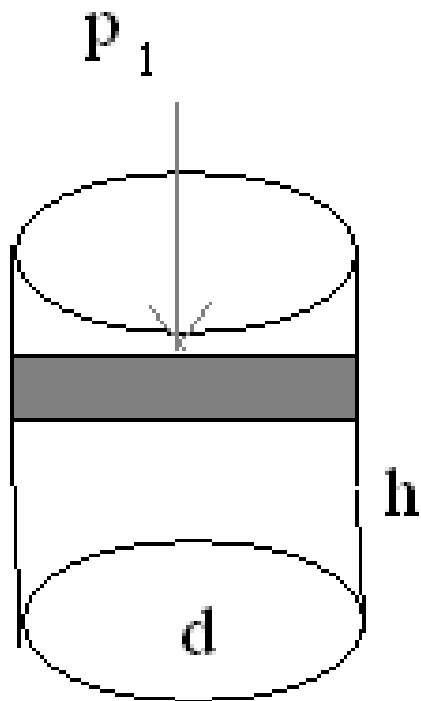


Рис. 3. К задаче №3

N	$P_1$	d	h	R
1	60	10	60	???

### Задача №4 (рис. 4)

Прибор для определения плотности жидкости – ареометр представляет собой полую стеклянную трубку и шарик с дробью (рис. 4). Определить на какую глубину опустится ареометр в жидкости плотностью  $\Gamma=800 \text{ кг/м}^3$ , если диаметр трубки  $d=0,015\text{м}$ , радиус шарика  $R=0,015\text{м}$  и масса ареометра  $m=20 \text{ г}$ .

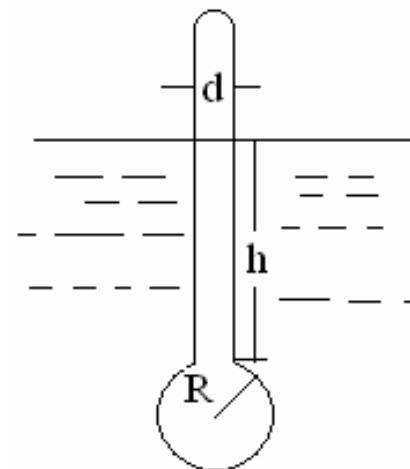


Рис. 4. К задаче №4

N	$\rho$	d	R	m	h
1	1000	0.02	0.02	10	?

## КИНЕМАТИКА И ГИДРОДИНАМИКА

### Задача № 5 (рис. 5)

Найти линии тока и траектории движения частиц, в струе падающей перпендикулярно на плоскую поверхность со скоростью, имеющей следующие проекции на оси декартовой системы координат

$$V_x = 2x ; V_y = -2y .$$

Построить график линий тока.

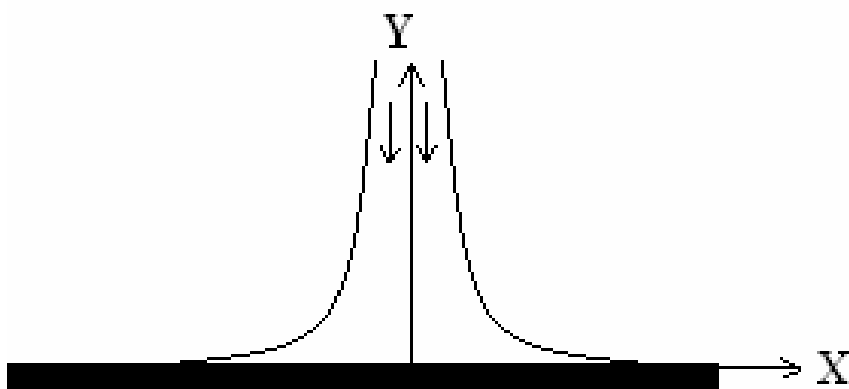


Рис. 5. К задаче №5

N	$V_x$	$V_y$
1	4x	-4y

### Задача №6 (рис. 6)

В бак, разделенный на две секции перегородкой с отверстием некоторого диаметра поступает вода в количестве  $Q = 80$  л/с. Из каждой секции вода вытекает через цилиндрический насадок с таким же диаметром (рис.6). Определить расход через правый  $Q_p$  и левый  $Q_l$  насадок. Значения коэффициента расхода отверстия  $m_0 = 0,6$  и насадка  $m_n = 0,82$ .

**Ответ:**  $Q_{\text{прав}} = 50,3$  л/с ,  $Q_{\text{лев}} = 29,7$  л/с .

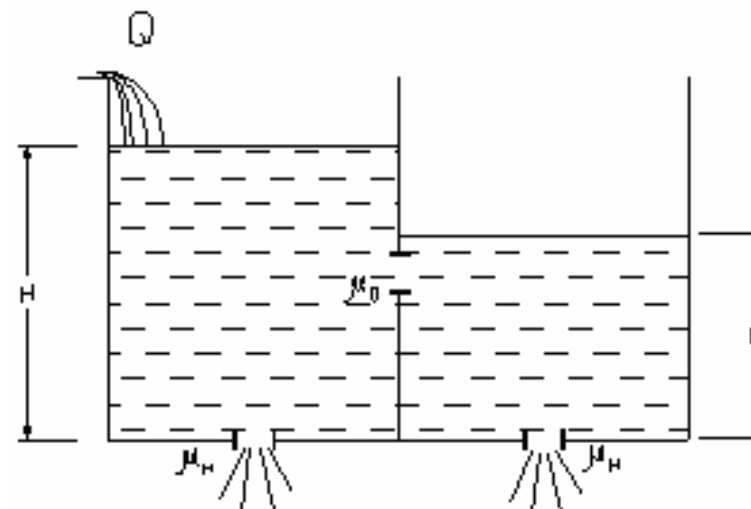


Рис. 6. К задаче № 6

N	$Q, \text{л/с}$	$m_0$	$m_n$	$Q_{\text{лев}}$	$Q_{\text{прав}}$
1	100	0,45	0,8	???	???

### Задача №7 (рис. 7)

Найти величину давления  $p_2$ , которое создается на выходе из инжектора парового котла и относительное уширение конической трубки инжектора (рис.7), если скорость потока горячей воды удельного веса  $\gamma = 0,098 \text{ т/м}^3$  в узком сечении инжектора равна  $V_1 = 40 \text{ м/с}$ , скорость в широком сечении -  $V_2 = 3 \text{ м/с}$ , давление на входе равно  $p_1 = 1 \text{ атм}$ . Жидкость считать невязкой и несжимаемой и отметки уровней сечений считать одинаковыми. **Ответ:  $p_2 = 9 \text{ атм}$ ;  $\frac{d_2}{d_1} = 3,7$ .**

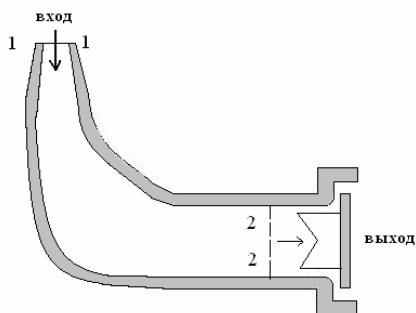


Рис. 7. К задаче 7

N	P1	V1	V2	$\gamma$	P2	d2/d1
1	1.1	30	2	0.09	???	???

### Задача №8 (рис. 8)

В стальном трубопроводе диаметром  $d = 0,0125 \text{ м}$ , длиной  $L = 100 \text{ м}$  вода движется со скоростью  $V = 0,5 \text{ м/с}$ . Температура воды  $t = 50^\circ\text{C}$  плотность  $\rho = 988,1 \text{ кг/м}^3$ . На трубопроводе имеются два поворота под углом  $\alpha = 90^\circ$  и кран. Определить суммарные потери напора, принимая во внимание, что коэффициент шероховатости стенок трубы  $n = 5,0 \cdot 10^{-5}$ , а кинематический коэффициент вязкости  $\nu = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Коэффициенты местного сопротивления равны соответственно при повороте на прямой угол  $\xi_1 = 1,43$  и для крана  $\xi_2 = 0,41$ .

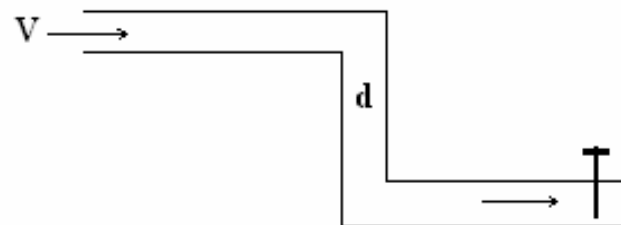


Рис. 8. К задаче №8.

N	d	L	t	$\rho$	$\alpha$	n	$\nu \cdot 10^6$	$\xi_1$	$\xi_2$	H
1	0.02	120	40	989	90	$\frac{410}{5}$	0.5	1.43	0.41	??

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### Задача №1

*Решение*

Для решения используем основное уравнение гидростатики

$$P = P_a + rgh.$$

В точке II давление справа равно

$$P_{II} = P_a + rg(h_2 - h_1).$$

В этой же точке II слева создается давление равное

$$P_{II} = P + r_0g(h_0 - h_1).$$

В равновесии эти два давления должны быть одинаковыми, поэтому

$$P_{II} = P + r_0g(h_0 - h_1) = P_a + rg(h_2 - h_1),$$

Решая последнее уравнение относительно неизвестной величины высоты уровня жидкости в резервуаре, находим

$$h_0 = \frac{(P_a - P) + (r - r_0)gh_1 + rgh_2}{r_0g}.$$

После подстановки данных задачи получаем  $h_0 = 6,5\text{м}$ .

**Ответ:  $h_0=6,5\text{м}$ .**

### Задача №2

*Решение*

Свободная поверхность равномерно вращающейся в сосуде жидкости имеет форму параболоида вращения. При относительном равновесии равномерно вращающейся жидкости в цилиндрическом сосуде должно выполняться следующее условие, связывающее круговую частоту вращения  $w$  радиус сосуда  $r$  и его высоту  $z$ , при которой вода не прольется:

$$w = \sqrt{\frac{2gz}{x^2 + y^2}}.$$

Подставляем данные задачи

$$w = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 0,6}{(0,16 + 0,16)}} = 6,12 \text{ с}^{-1}.$$

Переходим к другим единицам угловой скорости вращения в об/мин

$$N = \frac{60}{\pi} \omega = \frac{60}{3,14} \cdot 6,12 = 118 \text{ об/мин.}$$

**Ответ:  $N = 116 \text{ об/мин}$ .**

### Задача №3

#### Решение

Сила давления на дно  $R$  равна статическому давлению  $p$  воды на дно умноженному на площадь сосуда  $S$ .

Статическое давление воды складывается из гидростатического давления  $rg h$  и давления от силы  $F$  приложенной к поршню

площади  $S = \frac{pd^2}{4} S$ .

$$R = pS$$

$$p = rgh + \frac{F}{S}$$

С учетом этих соотношений получаем формулу для расчета величины давления на дно сосуда с поршнем

$$R = \left( rgh + \frac{F}{S} \right) S$$

Подставляем данные:

$$R = \left( 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,4 + \frac{40}{3,14 \cdot 0,2^2 / 4} \right) \frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} = 163 \text{ Н}$$

**Ответ:  $R=163 \text{ Н}$ .**

### Задача №4

#### Решение

Ареометр будет находиться в плавучем состоянии, когда сила веса  $G=mg$  уравновешивается силой Архимеда  $F_A$ . Объем жидкости удельного веса  $g = r g$ , вытесненной ареометром, складывается из объема шарика радиуса  $R$  и объема цилиндрической трубки с диаметром основания  $d$  и высотой  $h$ :

$$G = F_A = g \left( \frac{4}{3} \pi R^3 + \frac{\pi d^2}{4} h \right)$$

Подставляя данные задачи, находим :

$$0,02 \cdot 9,8 = 800 \cdot 9,8 \left( 1,333 \cdot 3,14 \cdot 0,015^3 + 0,785 \cdot \right) \cdot 0,02^2 \cdot h$$

Отсюда получаем

$$h = \frac{0,02 - 0,01128}{0,2512} = 0,0347 \text{ м}$$

**Ответ:  $h=0,0347 \text{ м}$ .**

## Задача №5

### Решение

Для решения задачи используем уравнение линии тока

$$\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y}. \text{ Тогда в соответствии с условием имеем}$$

$$\frac{dx}{2x} = \frac{dy}{2y}$$

Интегрируем это уравнение

$$\int \frac{dx}{2x} = -\int \frac{dy}{2y} + \frac{1}{2} \ln C$$

После интегрирования имеем

$$\frac{1}{2} \ln 2x = -\frac{1}{2} \ln 2y + \frac{1}{2} \ln C$$

Потенцируя, получаем  $4yx = C$  или  $y = \frac{C}{4x}$ .

Уравнение гиперболы. График линий тока при константе  $C=4$  показан на рисунке 5а

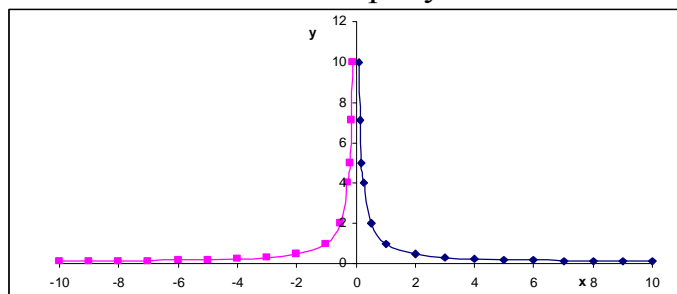


Рис. 5а

**Ответ:** Уравнение линий тока семейство гипербол.

## Задача №6

### Решение

Количество воды, проходящей через правый насадок  $Q_{\text{п}} = Q_{\text{отв}}$ . Используя формулу для расхода истечения реальной жидкости, это равенство можно записать так:  $Q_{\text{п}} = w m_{\text{н}} \sqrt{2gh} = Q_{\text{отв}} = w m_{\text{о}} \sqrt{2g(H-h)}$  (1).

Здесь  $H$  – глубина воды в левой секции бака,  $h$  – глубина воды в правой секции бака. Поступающий в бак расход  $Q$  распределяется на расход истечения через левый и правый насадок:

$$Q = Q_{\text{л}} + Q_{\text{п}} = w m_{\text{н}} \sqrt{2gH} + w m_{\text{н}} \sqrt{2gh}. \quad (2)$$

Обозначим  $X = 2gH$ ;  $Y = 2gh$ . Тогда из равенства (1) можно полу-

чить  $\frac{(m_{\text{н}}^2 + m_{\text{о}}^2)}{m_{\text{о}}^2} = \frac{Y}{X}$  (3)

В принятых обозначениях с учетом (3) формула (2) имеет такой вид:

$$Q = m_{\text{н}} w \sqrt{X} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(m_{\text{н}}^2 + m_{\text{о}}^2)}{m_{\text{о}}^2} \frac{Y}{X}}} = \frac{Q}{m_{\text{н}} w \sqrt{X} \sqrt{1 + \frac{(m_{\text{н}}^2 + m_{\text{о}}^2)}{m_{\text{о}}^2} \frac{Y}{X}}}$$

или  $\sqrt{X} = \sqrt{2gH} = \frac{Q}{m_{\text{н}} w \sqrt{X} \sqrt{1 + \frac{(m_{\text{н}}^2 + m_{\text{о}}^2)}{m_{\text{о}}^2} \frac{Y}{X}}}$

Тогда расход через левый насадок

$$Q_{\text{л}} = w m_{\text{н}} \sqrt{2gH} = \frac{w m_{\text{н}} \times Q}{m_{\text{н}} w \sqrt{X} \sqrt{1 + \frac{(m_{\text{н}}^2 + m_{\text{о}}^2)}{m_{\text{о}}^2} \frac{Y}{X}}} = \frac{Q}{\sqrt{X} \sqrt{1 + \frac{(m_{\text{н}}^2 + m_{\text{о}}^2)}{m_{\text{о}}^2} \frac{Y}{X}}}$$

С учетом (3) для расхода через правый насадок получаем



$$Q_H = \omega m_H \sqrt{2gh} = \omega m_H \sqrt{Y} = \omega m_H \sqrt{X} \times \sqrt{\frac{(m_H^2 + m_0^2)}{m_0^2}} = \frac{Q \times \sqrt{\frac{(m_H^2 + m_0^2)}{m_0^2}}}{\xi \zeta \epsilon \left(1 + \sqrt{\frac{(m_H^2 + m_0^2)}{m_0^2}}\right)^{\frac{\delta}{\theta}}}$$

Вычисляя по данным условия задачи  $\sqrt{\frac{(m_H^2 + m_0^2)}{m_0^2}} = 1,69$ , находим

$$Q_{\text{прав}} = 50,3 \text{ л/с}, \quad Q_{\text{лев}} = 29,7 \text{ л/с}.$$

### Задача №7

#### Решение

Запишем уравнение Бернулли, для невязкой жидкости

$$\frac{V_1}{2g} + \frac{p_1}{g} = \frac{V_2}{2g} + \frac{p_2}{g}.$$

Отсюда находим для разности давлений

$$p_2 - p_1 = \frac{g}{2g}(V_1^2 - V_2^2).$$

Подставляем численные значения и определяем значение давления на выходе из инжектора

$$p_2 = 1 + \frac{0,098}{2 \cdot 9,81} (40^2 - 3^2) = 1 + 8 = 9 \text{ атм.}$$

Относительное уширение трубки инжектора определяем из уравнения неразрывности

$$V_1 S_1 = V_2 S_2,$$

откуда с учетом того, что площадь круглого сечения выражается через диаметр

по формуле  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ , имеем:  $\frac{d_2}{d_1} = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} = \sqrt{\frac{40}{3}} = 3,7$

Ответ:  $p_2 = 9 \text{ атм}; \quad \frac{d_2}{d_1} = 3,7.$

### Задача №8

#### Решение

Суммарные потери напора складываются из потерь по длине и местных потерь. Число Рейнольдса при  $v=0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$

$$; Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{0,5 \times 0,0125}{0,55 \times 10^{-6}} = 1,18 \times 10^4.$$

Коэффициент шероховатости стального трубопровода  $n=5,0 \cdot 10^{-5}$ . Относительная шероховатость стенок стального трубопровода диаметром  $d=0,0125 \text{ м}$

равна  $k_3 = \frac{n}{d} = \frac{5,0 \times 10^{-5}}{0,0125} = 4 \times 10^{-3}$ . Для трубопровода, работающего в переходной области коэффициент гидродинамического сопротивления

$$l = 0,11 \xi \frac{k_3}{d} + \frac{68 \delta^{0,25}}{Re \theta} = 0,035. \quad \text{Потери на трение по длине}$$

трубопровода  $\frac{Dp_L}{rg} = l \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} = 3,57 \text{ м.}$

Местные потери напора равны

$$\frac{Dp_j}{rg} = \xi (2x_{\text{вп}} + x_{\text{кр}}) \frac{V^2}{2g} = 3,28 \times \frac{0,5^2}{2 \times 9,8} = 0,041 \text{ м.}$$

Суммарные потери напора будут равны:

$$H = \frac{Dp_L}{rg} + \frac{Dp_j}{rg} = 3,57 + 0,041 = 3,61 \text{ м.}$$

Ответ:  $H=3,61 \text{ м.}$